Aus Skizze 1 ergeben sich vier Gleichungen:

$$L + R = R + x + h \qquad (1)$$

$$L^2 = \ h^2 + y^2 \qquad (2)$$

$$\sin\beta = \frac{y}{R} \qquad (3)$$

$$\cos\beta = \frac{x}{R} \qquad (4)$$

Aus (1) folgt:

$$L = x + h \qquad (10)$$

Aus (4) folgt:

$$x = R\ \cos\beta \qquad (11)$$

(11) in (10) eingesetzt ergibt:

$$L = R\ \cos\beta\ + h \qquad (12)$$

Folgt

$$h = L - R\ \cos\beta \qquad (13)$$

(13) in (2) ergibt:

$$L^2 = (L - R\ \cos\beta)^2 + y^2 \qquad (14)$$

Aus (3) folgt:

$$y = R\ \sin\beta \qquad (15)$$

(15) in (14) eingesetzt ergibt:

$$L^2 = (L - R\ \cos\beta)^2 + R^2\ \sin^2\beta \qquad (16)$$

Mit der Binomischen Formel folgt:

$$L^2 = L^2 - 2RL\cos\beta + R^2\cos^2\beta + R^2\sin^2\beta (17)$$

Mit

$$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \qquad (18)$$

Folgt

$$L^2 = L^2 - 2RL\cos\beta + R^2 \qquad (19)$$

Folgt

$$2RL\ \cos\beta = R^2 \qquad (20)$$

Folgt

$$\cos\beta = \frac{R}{2L} \qquad (21)$$

Folgt

$$\beta \; = \; \text{arc}\cos\left(\frac{R}{2L}\right) \qquad (22)$$

Aus (22) kann man erkennen, erst wenn $L \gg R$, also L gegen unendlich strebt und R endlich bleibt, geht der Term $R/(2L)$ gegen null und somit wird der Winkel $\beta = 90^\circ$ und die Bewegung wird symmetrisch.